5 Genauigkeit des Meßsystems

Nachdem im vorhergehenden Kapitel das einzusetzende Meßsystem entwickelt wurde, ist vor dessen Einsatz die mit diesem System erreichbare Meßgenauigkeit zu bestimmen. Nur so ist eine Interpretation der erhaltenen Meßergebnisse möglich. Zu überprüfen ist außerdem, inwieweit die an das Meßsystem gestellten Genauigkeitsanforderungen erfüllt werden.

Da die von dem Meßsystem zu erreichende Meßgenauigkeit der Pose im Bereich von einigen µm und Winkelsekunden liegen soll, ist eine meßtechnische Überprüfung der tatsächlich erreichten absoluten Genauigkeit und der Wiederholgenauigkeit nur mit extrem genauen Meßmitteln möglich.

Um die Genauigkeit von Meßsystemen ohne Durchführung aufwendiger meßtechnischer Überprüfungen bewerten zu können, kann eine theoretische Analyse benutzt werden. Diese gibt schon in der Entwicklungsphase wertvolle Hinweise auf erreichbare Genauigkeiten und auf mögliche Verbesserungspotentiale. Die Entwicklung und Anwendung dieser theoretischen Analyse wird in den ersten Abschnitten dieses Kapitels vorgestellt. Um die notwendigen Grundlagen zu schaffen, werden die benötigten mathematischen und numerischen Methoden im ersten Abschnitt dieses Kapitels dargestellt. Basierend auf einer Modellierung des Meßsystems und einer Analyse der genauigkeitsbestimmenden Einflußgrößen wird daran anschließend die Genauigkeit des Meßsystems berechnet.

Zur abschließenden Bewertung eines Meßsystems ist allerdings eine meßtechnische Überprüfung unerläßlich. Nur so können Unzulänglichkeiten der theoretischen Genauigkeitsberechnung erkannt werden. Daher werden die aus der theoretischen Betrachtung und die aus der meßtechnischen Überprüfung hervorgehenden Genauigkeitskennwerte einander gegenübergestellt.

Zum Abschluß dieses Kapitels wird das Meßsystem mit seinen ermittelten Genauigkeitskennwerten anhand der in Kapitel 4 hergeleiteten Anforderungen bewertet. Erst unter Zuhilfenahme dieser aufwendigen Genauigkeitsanalyse ist im weiteren eine korrekte Beurteilung der erhaltenen Meßergebnisse möglich.

5.1 Fehlerfortpflanzungsrechnung

Zu berechnen sind, im Sinne einer Fehlerfortpflanzungsrechnung, die Auswirkungen von Unsicherheiten eines Eingangsvektors $\bar{x} \in \Re^n$ auf einen sich damit ergebenden

Ausgangsvektor $\vec{y} \in \Re^m$. Für die hier durchzuführende Fehlerfortpflanzungsrechnung liegt ein explizites Modell des zu untersuchenden Systems vor:

$$\vec{y} = \vec{f}(\vec{x}); \ \vec{x} \in \Re^n; \ \vec{y} \in \Re^m. \tag{5.1}$$

Eine geschlossene Berechnung einer Fehlerfortpflanzung ist nur unter bestimmten Bedingungen möglich: Die das Modell beschreibende Funktion $\vec{f}$ muß linear oder mit vernachlässigbarer Abweichung linearisierbar sein. Ferner müssen die Unsicherheiten des Eingangsvektors normalverteilt sein.

Sind diese Einschränkungen nicht zulässig, wie in der an dieser Stelle durchzuführenden Analyse, so ist die Fehlerfortpflanzung mit Hilfe der Simulation zu berechnen. Dieses Vorgehen wird im allgemeinen als Monte-Carlo-Simulation bezeichnet.

Mit Hilfe der Monte-Carlo-Simulation ist es möglich, die Verteilung und damit die Dichtefunktion einer Ausgangsgröße bei beliebigen Eingangsverteilungen und Überlagerungsfunktionen $\vec{f}$ zu bestimmen.

In der numerischen Mathematik ist die Monte-Carlo-Methode zur Berechnung von Integralen bekannt. Dabei wird ein zufälliger Punkt erzeugt und daraufhin überprüft, ob er innerhalb oder außerhalb der Integralfläche liegt. Die Integralfläche kann abschließend durch Auszählen der innerhalb der Integralfläche liegenden Punkte bestimmt werden.

Durch eine Abwandlung dieses Vorgehens ist es möglich, die hier geforderte Fehlerfortpflanzungsanalyse durchzuführen. Das Verfahren (Bild 5.1) kann in zwei Stufen beschrieben werden.

Auf der unteren Stufe sind konkrete Funktionswerte zu berechnen: Aus den gegebenen Verteilungen der Eingangsdaten ist ein konkreter Eingangsdatensatz - die Realisierung - auszuwählen und der Überlagerungsfunktion als Argument zu übergeben. Daraus berechnet die Überlagerungsfunktion den zugehörigen Funktionswert. Zur Auswahl der einzelnen Argumente existieren unterschiedliche Verfahren, die sich bezüglich Allgemeingültigkeit und Aufwand unterscheiden. Genauer beschrieben werden die einzelnen Verfahren wie das Verwerfungsverfahren oder der Log-Trig-Algorithmus in [Weiß 87]. Für konkrete Anwendungsfälle ist jeweils ein geeignetes Verfahren auszuwählen.

Basierend auf der Berechnung der Einzelfunktionswerte wird auf der übergeordneten Stufe aus hinreichend vielen Einzelfunktionswerten die Dichtefunktion der Ausgangsdaten gebildet.

Für eine ausführlichere Diskussion dieser Methode sei auf die Literatur (z.B. [Siddall 83]) verwiesen. Da das Vorgehen zum Bestimmen der Dichtefunktionen der

Ausgangsdaten stets gleich ist, wurde ein Simulationssystem erstellt, welches es gestattet, für beliebige Anwendungsfälle eine Fehlerfortpflanzungsanalyse durchzuführen.

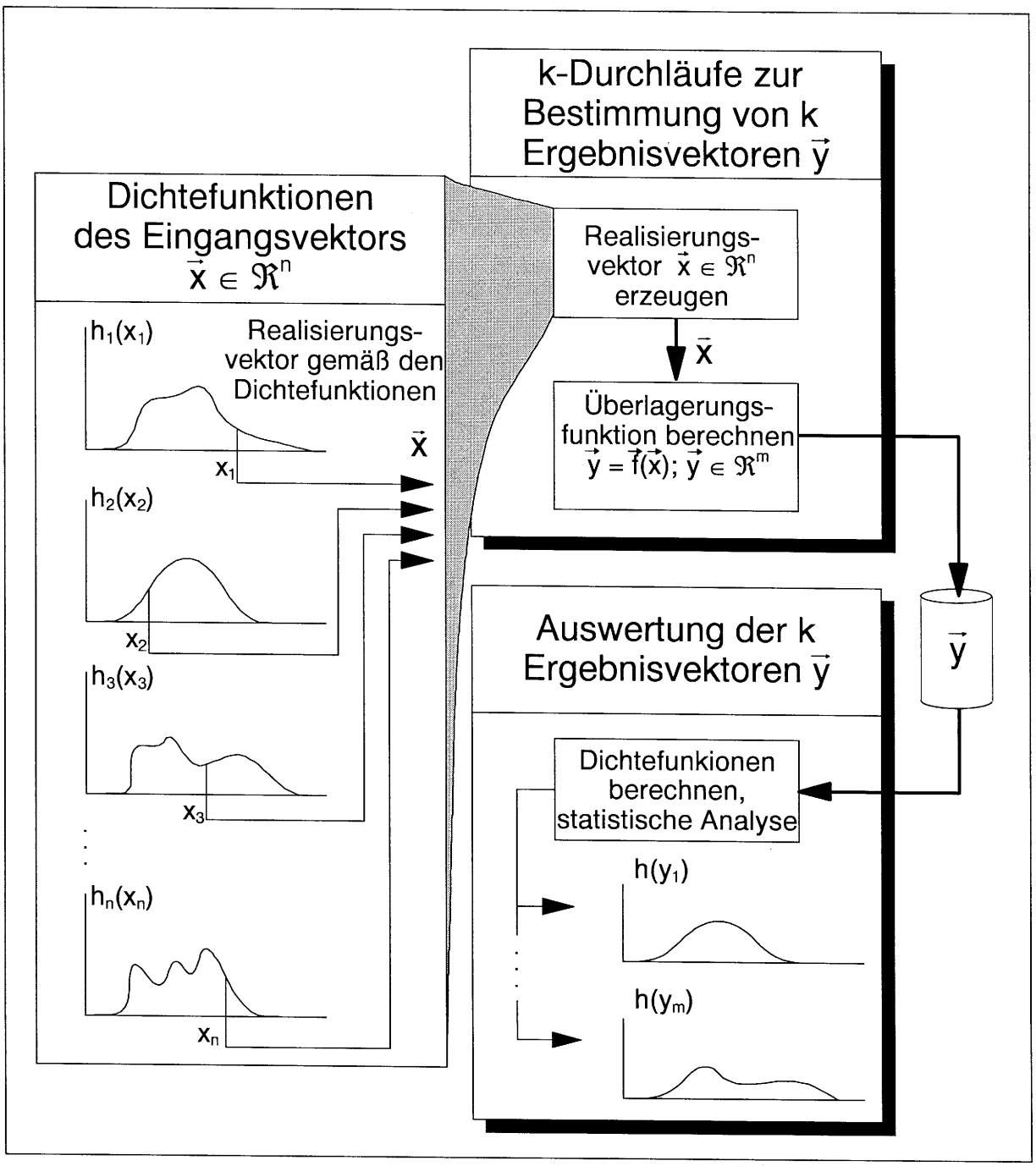

Bild 5.1: Monte-Carlo-Simulation zur Fehlerfortpflanzungsrechnung

Für jeden Anwendungsfall ist eine geeignete Überlagerungsfunktion zu entwerfen, die das untersuchte System ausreichend genau beschreibt. Diese Überlagerungsfunktion kann dann in das Simulationssystem eingebunden und die Fehlerfortpflanzungsanalyse entsprechend durchgeführt werden.

5.2 Genauigkeit des Meßkopfes

Basierend auf der im vorhergehenden beschriebenen Methode wird im folgenden die Genauigkeit des Meßkopfes analysiert. Dazu wird eine geeignete Überlagerungsfunktion entworfen, und die Unsicherheiten der Eingangsgrößen werden bestimmt. Abschließend kann damit die Genauigkeit und die Wiederholgenauigkeit des Meßkopfes berechnet werden.

5.2.1 Modellbildung

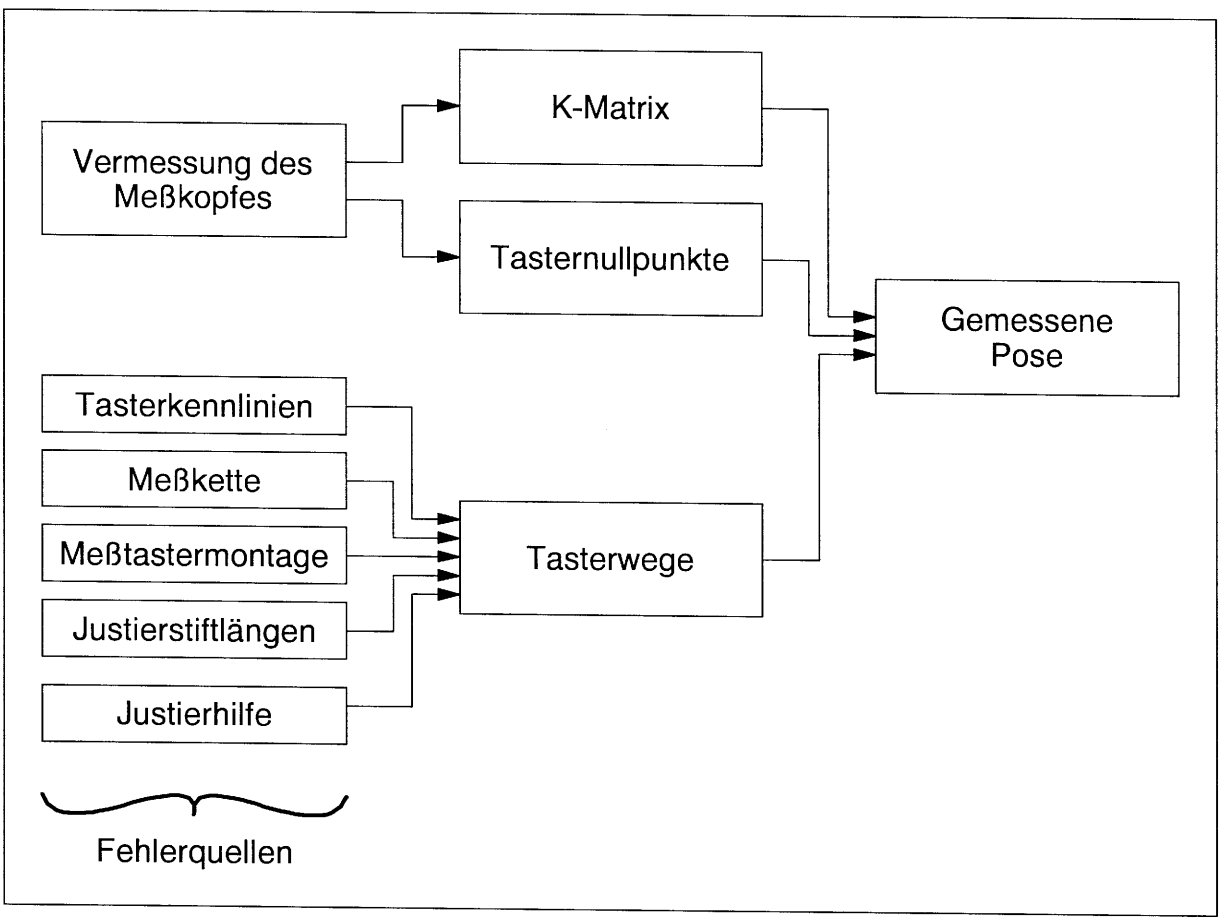

Bild 5.2: Modell zur Berechnung der Genauigkeit des Meßkopfes

Als Grundlage der Modellbildung kann die in Bild 4.3 dargestellte Poseberechnung dienen. Angelehnt an dieses Vorgehen kann die zur Fehlerfortpflanzungsanalyse benötigte Überlagerungsfunktion entwickelt werden. Dazu sind alle mit Unsicherheiten behafteten Eingangsdaten in das Modell einzubeziehen. Diese sind im einzelnen:

- Vermessung des Meßkopfes auf einer Koordinatenmeßmaschine,
- Meßtaster und Meßwertverstärkung,
- Montage der Justierstifte,

- Länge der Justierstifte,
- Unebenheit der Justierhilfe.

Der erste Punkt führt zu einer fehlerhaften Berechnung der konstanten Pose K und der Tasternullpunkte und beschreibt damit eine bezüglich der Posemessung systematische Abweichung. Demgegenüber führen die anderen Einflüsse zu einer zufälligen Abweichung bei der Bestimmung der Tasterwege und damit zu einer fehlerbehafteten gemessenen Pose.

Damit kann das Modell für die Fehlerfortpflanzungsanalyse (Bild 5.2) gebildet werden: Es ergibt sich durch Einfügen der oben genannten Aspekte in das in Bild 4.3 vorgestellte Verfahren zur Berechnung der Pose.

Im oberen Zweig werden die systematischen Abweichungen der Meßkopfgeometrie berechnet, während im unteren Zweig die Unsicherheiten der Wegmessung inklusive der Nullpunkteinstellung ermittelt werden. Eine einfache Überlagerung der dargestellten Fehlerquellen ist möglich, da diese voneinander stochastisch unabhängig sind.

5.2.2 Genauigkeit der Teilsysteme

Nachdem im vorhergehenden das Modell für die Fehlerfortpflanzungsanalyse gebildet wurde, sind in diesem Abschnitt die Unsicherheiten der in Bild 5.2 dargestellten Fehlerquellen quantitativ zu bestimmen.

5.2.2.1 Vermessung des Meßkopfes

Zur Berechnung der Meßkopfgeometrie wurden auf einer Koordinatenmeßmaschine PMM 181010 der Firma Leitz [Leitz] Punkte und Winkel aufgenommen. Diese Meßmaschine kann bezüglich ihrer dreidimensionalen Meßgenauigkeit charakterisiert werden durch die Meßunsicherheit U_3 entsprechend der VDI-Richtlinie 2617:

$U_3 = (2{,}0+L/250)\ \mu m$ mit dem gemessenen Wert L in mm.

Die Meßunsicherheit U_3 einer Meßmaschine ist so definiert, daß der gemessene Wert L in 95% aller Fälle um nicht mehr als U_3 vom richtigen Wert abweicht. Da nach dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik (z.B. [Graf 66]) eine Größe, die von genügend vielen unabhängigen Werten abhängt, normalverteilt ist und diese Bedingung bei der Meßunsicherheit einer Koordinatenmeßmaschine als erfüllt angesehen werden kann, wird der Meßfehler als normalverteilt und mittelwertfrei angesehen. Damit kann für jeden Meßwert die Standardabweichung der Meßunsicherheit zu

$$\sigma_p = \frac{U_3}{2}$$

angenommen werden, weil bei einer Normalverteilung das 95% Intervall einer maximalen Abweichung von 2σ entspricht. Für den Erwartungswert gilt

$$\mu_p = L_p.$$

Da die Messungen in einem klimatisierten Raum vorgenommen wurden, sind Temperatureinflüsse nicht zu berücksichtigen. Auch weitere, die Meßgenauigkeit reduzierende Einflüsse, wie z.B. große Oberflächenrauheiten, liegen nicht vor.

Mit σ_p und μ_p sind die Genauigkeiten der vermessenen Punkte ausreichend beschrieben, abzuschätzen bleibt noch die Genauigkeit der gemessenen Winkel. Diese basiert auf der Genauigkeit mit der einzelne Punkte gemessen werden können und kann daher davon ausgehend abgeschätzt werden. Unter Berücksichtigung der Größe der Flächen, von denen der zu messende Winkel eingeschlossen wird, ergibt sich eine Standardabweichung der Winkelmessung von

$$\sigma_w = 4''.$$

5.2.2.2 Tasterkennlinien und Meßkette

Die Ermittlung der Meßwege der einzelnen Taster erfolgt durch Umrechnung der von den Tastern erzeugten Meßbrückenverstimmung. Im Meßbereich von ±2 mm besitzt die Kennlinie eine Soll-Steigung von 0,2 mm/V. Da die Steigung vor allem in der Randzone des Meßbereichs von dieser linearen Kennlinie abweicht, wurden für alle sechs Meßtaster Kennlinien aufgenommen (Bild 4.4).

Die Stützstellen der Kennlinien wurden mehrfach aufgenommen, so daß mit den bestimmten Dichtefunktionen die Kennlinien bezüglich ihrer Güte bewertet werden können: Die einzelnen Stützstellen sind näherungsweise normalverteilt mit Standardabweichungen von $\sigma_{KL} \approx 0{,}5$ µm.

Diese Werte beschreiben die gesamte Meßkette vom Taster über die Kabel und den Meßwertverstärker bis zum Auswerterechner, so daß damit Aussagen über die Eingangsdaten der Meßwegberechnung möglich sind, da jede einzelne Stützstelle bezüglich Erwartungswert und Standardabweichung charakterisiert werden kann. Nicht zu vermeiden ist allerdings, daß diese Kennlinien durch die Unsicherheiten der Endmaße sowie des Versuchsaufbaus beeinflußt werden. So werden die Kennlinienunsicherheiten sicherlich etwas zu groß abgeschätzt.

5.2.2.3 Meßtastermontage

Die Nullpunkte der Meßtaster können aufgrund einer nicht exakten Montage der Justierstifte nicht abweichungsfrei eingestellt werden. In zahlreichen Versuchen, bei denen der Nullpunkt nach Demontage und wiederholter Montage der Justierstifte überprüft wurde, ergab sich eine maximale Abweichung der Nullpunktlagen von 0,05 V, was etwa 10 µm entspricht. Auch hier wurde als Verteilungsart eine Normalverteilung angenommen. Zur Festlegung der Standardabweichung wurde der Maximalfehler von 0,05 V als Intervallgrenze des 99,7% bzw. 3σ Intervalls aufgefaßt:

$$\sigma_{MJ} = \frac{10\mu m}{3} = 3{,}3\mu m.$$

Der Erwartungswert kann, da die durch die Montage hervorgerufene Abweichung im Mittel Null ist, zu Null gesetzt werden:

$$\mu_{MJ} = 0.$$

5.2.2.4 Justierstiftlängen

Mit den Daten der Vermessung des Meßkopfes konnten die Längen der Justierstifte berechnet werden. Durch Einschleifen und Vermessen der Justierstifte wurden anschließend die berechneten Sollängen realisiert. Somit ist die Abweichung der Justierstiftlängen hauptsächlich durch das Meßwerkzeug, mit dem die Länge der Justierstifte gemessen wurde, bestimmt. Dabei handelt es sich um eine Bügelmeßschraube der Firma Mitutoyo, deren Genauigkeit mit ±1 µm [Mitutoyo.b] angegeben wird. Auch hier wurde, basierend auf diesem Worst-Case-Fehler, eine normalverteilte Abweichung angenommen, wobei die angegebene Genauigkeit dem 99,7% Intervall entspricht. Analog zum vorhergehenden Abschnitt folgt:

$$\sigma_{LJ} = \frac{1}{3}\mu m$$
$$\mu_{LJ} = L_{LJ} \ .$$

5.2.2.5 Justierhilfe

Auch die Unebenheit der Justierhilfe, mit der die Nullpunkte der Taster eingestellt werden, trägt einen Teil zur Ungenauigkeit des Meßsystems bei. Je nachdem, ob auf einer Erhöhung oder einer Vertiefung der Justierhilfe die Tasternullpunkte eingestellt werden, ergeben sich unterschiedliche Nullpunkte.

Die Abweichungen, die durch Unebenheiten der Justierhilfe hervorgerufen werden, konnten durch eine Vermessung ihrer Oberfläche erfaßt werden. Als maximale

Abweichungen vom Erwartungswert Null wurden 4 µm gemessen. Werden diese wiederum als Grenzen des 3σ Intervalls aufgefaßt, folgt:

$$\sigma_{UJ} = \frac{4}{3}\mu m$$
$$\mu_{UJ} = 0 \ .$$

5.2.3 Genauigkeitsanalyse

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die einzelnen Eingangsdaten zur Analyse der Genauigkeit des Meßkopfes hergeleitet wurden, ist mit den in Abschnitt 5.1 vorgestellten Methoden die Fehlerfortpflanzungsanalyse des Meßkopfes durchzuführen. Zunächst werden die Geometrie des Meßkopfes und die Meßwege betrachtet, um abschließend das Gesamtsystem zu analysieren.

5.2.3.1 Geometrie des Meßkopfes

Die Geometrie des Meßkopfes, beschrieben durch K-Matrix und Tasternullpunkte, wird aus insgesamt 125 Eingangsdaten, nämlich 38 Punkten mit je drei Koordinaten und elf Winkeln, berechnet. Mit den Unsicherheiten der einzelnen Eingangsdaten (siehe Abschnitt 5.2.2) können die Unsicherheiten der Geometrie des Meßkopfes bestimmt werden.

Dazu ist die K-Matrix, die die Pose des MPKS relativ zum TCPKS beschreibt, zu analysieren. Ihre Elemente sind entweder konstant oder normalverteilt. Die Erwartungswerte der einzelnen Elemente der K-Matrix stimmen sehr gut mit den direkt berechneten Werten überein. Für die die K-Matrix beschreibende Pose ergeben sich die in Tabelle 5.1 dargestellten Unsicherheiten.

Pose	Standardabweichung
x	4,19 µm
y	2,99 µm
z	1,86 µm
ψ	6,86"
θ	0
ϕ	0

Tabelle 5.1: Verteilungskennwerte der die K-Matrix charakterisierenden Pose

Die einzelnen Komponenten der Position weisen deutlich unterschiedliche Unsicherheiten auf. Dieses ist mit den Algorithmen zur Berechnung der K-Matrix zu begründen. Da per Definition das MPKS und das TCPKS parallele y-z-Ebenen

aufweisen, ergeben sich für die Drehungen um die y- und z-Achse Standardabweichungen von Null.

Für die weitere Fehlerfortpflanzungsrechnung ist zu beachten, daß die Komponenten der Position nicht voneinander unabhängig sind. Es ist damit für weiterführende Schritte notwendig, bei Erzeugung der einzelnen Realisierungen diese Abhängigkeit zu berücksichtigen.

Die Tasternullpunkte können ebenfalls durch normalverteilte Dichtefunktionen beschrieben werden, wobei die Standardabweichungen im Bereich von 1,7 bis 2,4 µm liegen.

5.2.3.2 Tasterwege

Die Unsicherheiten der Wegmessungen können mit den vermessenen Tasterkennlinien abgeschätzt werden. Da die Taster unterschiedliche Kennlinien besitzen, die zudem an den einzelnen Stützstellen unterschiedliche Unsicherheiten aufweisen, war eine für alle Taster bei allen Meßwegen typische Unsicherheit zu bestimmen.

Die in den Abschnitten 5.2.2.2 bis 5.2.2.5 vorgestellten Einflußgrößen betreffen die Unsicherheiten der einzelnen Tasterwege; sie sind alle voneinander unabhängig und normalverteilt. Da diese einzelnen Größen sich zudem linear mit dem Proportionalitätsfaktor Eins auswirken, ergibt sich als Überlagerungsfunktion ebenfalls eine Normalverteilung.

Die durch die Nullpunkteinstellung hervorgerufene Unsicherheit des jeweiligen Meßpunktes ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \mu_{MP} &= 0 \\ \sigma_{MP} &= \sqrt{\sigma_{MJ}^2 + \sigma_{LJ}^2 + \sigma_{UJ}^2} = 3{,}57\ \mu\text{m}. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Dieser Unsicherheit ist zur Bestimmung der Tasterwege diejenige überlagert, die aus der Umwandlung der Meßbrückenverstimmung in den Meßweg folgt. Diese Meßunsicherheit, die durch die Abweichung der Kennlinienstützstellen (σ_{KL}) hervorgerufen wird, ist für die einzelnen Meßstellen zu bestimmen und der oben beschriebenen Unsicherheit (σ_{MP}) additiv zu überlagern. Mit der typischen Standardabweichung der Kennlinienstützstellen von 0,5 µm ergibt sich eine Unsicherheit der Tasterwege von

$$\begin{aligned} \mu_{TW} &= 0 \\ \sigma_{TW} &= \sqrt{\sigma_{MP}^2 + \sigma_{KL}^2} = 3{,}61\,\mu\text{m}. \end{aligned} \tag{5.3}$$

Die Unsicherheiten der Kennlinien tragen damit nur zu einem sehr geringen Teil zur Gesamtunsicherheit bei. Für alle nach einer Nullpunkteinstellung vorgenommenen

Messungen bedeutet das, daß einer kleinen zufälligen Abweichung (σ_{KL}) eine größere systematische Abweichung (σ_{MP}) gegenübersteht.

5.2.3.3 Gesamter Meßkopf

Die Genauigkeit des Meßkopfes, die letztendlich von Bedeutung ist, wird in diesem Abschnitt untersucht.

Eingangsdaten zur Berechnung der Genauigkeit des Meßkopfes sind alle im vorhergehenden hergeleiteten Unsicherheiten. Zunächst wurde die Genauigkeit, mit der die Pose vom MPKS zum TCPKS bestimmt werden kann, per Simulation ermittelt; sie ist in der folgenden Tabelle 5.2 dargestellt.

Pose	Standardabweichung
x	9,1 µm
y	5,1 µm
z	7,8 µm
ψ	30,9"
θ	30,9"
ϕ	43,7"

Tabelle 5.2: Genauigkeit der Pose zwischen TCPKS und MPKS

Es ist ersichtlich, daß die Genauigkeit, mit der die Pose gemessen werden kann, in allen drei Raumrichtungen durch eine Standardabweichung von 5 bis 9 µm charakterisiert werden kann. Die Standardabweichungen bezüglich der meßbaren Winkelabweichungen liegen in der Größenordnung einer halben Winkelminute. Diese Standardabweichungen sind nicht bei einem einzelnen Meßkopf zu beobachten, sie beschreiben vielmehr die Grundgesamtheit aller Meßköpfe. Damit geben sie insbesondere die Verteilungen der systematischen Abweichungen wieder.

Pose	Standardabweichung
x	1,1 µm
y	0,5 µm
z	1,0 µm
ψ	4,1"
θ	4,2"
ϕ	5,0"

Tabelle 5.3: Wiederholgenauigkeit des Meßkopfes

Für viele Anwendungen ist die oben dargestellte Genauigkeit gegenüber der Wiederholgenauigkeit des Meßkopfes von untergeordneter Bedeutung, so z.B. bei der

Vermessung der Wiederholgenauigkeit eines Industrieroboters. Es ist hier ausreichend, bezüglich eines zwar konstanten aber in seiner Lage unbekannten Koordinatensystems zu messen. Die Wiederholgenauigkeit des Meßkopfes wird allein durch die Unsicherheiten der Taster und der Meßkette hervorgerufen. Da diese die oben beschriebene Genauigkeit nur in geringem Maße beeinflußt, ist eine Wiederholgenauigkeit des Meßkopfes zu erwarten, die dessen Genauigkeit deutlich übertrifft.

Eine Berechnung der Wiederholgenauigkeit, deren Ergebnis in Tabelle 5.3 dargestellt ist, bestätigt die Vermutung: Die Wiederholgenauigkeit des Meßkopfes ist um einen Faktor von ca. 10 besser als dessen Genauigkeit.

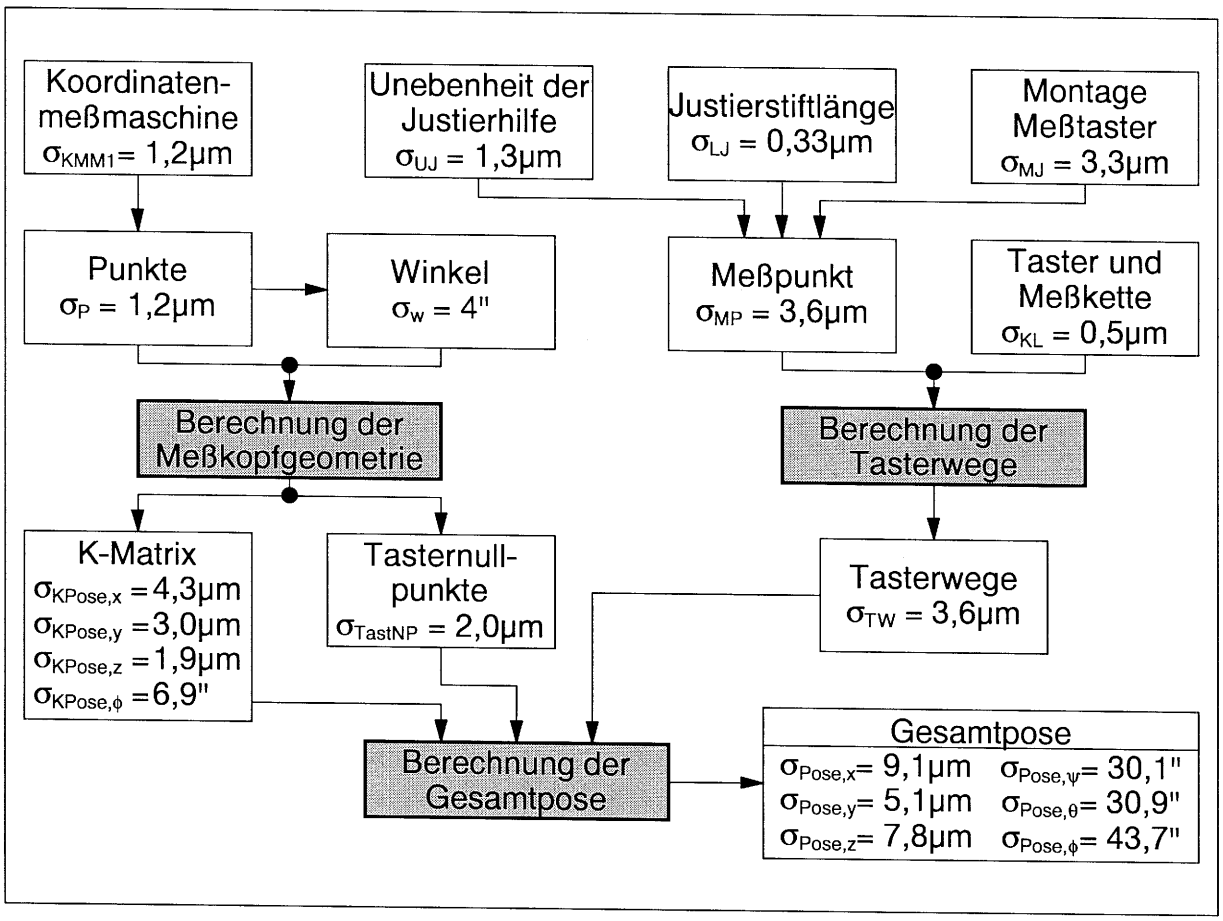

Bild 5.3: Gesamte Meßunsicherheit des Meßkopfes

Abschließend ist das Vorgehen zur Bestimmung der gesamten Meßunsicherheit des Meßkopfes in Bild 5.3 zusammengefaßt.

5.3 Genauigkeit des Kalibrierkörpers

Die Genauigkeit des entwickelten Meßsystems hängt neben dem Meßkopf auch von der Genauigkeit, mit der die lokalen Koordinatensysteme des verwendeten

Kalibrierkörpers bekannt sind, ab. Diese soll daher in diesem Abschnitt analysiert werden. Wie in Abschnitt 5.2 wird zunächst ein geeignetes Modell vorgestellt, um nach Ermittlung der Eingangsdaten die Unsicherheiten zu berechnen.

5.3.1 Modellbildung

Zur weiteren Auswertung werden die Eckpunktkoordinatensysteme des Kalibrierkörpers bezüglich des Kalibrierkörperkoordinatensystems (KKS) benötigt. Dazu wurde der aus einem Stück durch Fräsen hergestellte Kalibrierkörper (Bild 4.2) auf einer Koordinatenmeßmaschine vermessen: Es wurden die Hesseschen Normalformen aller Flächen über Normalen- und Ortsvektoren bestimmt. In einem nachgeschalteten Auswerteschritt wurde aus den drei ein Eckpunktkoordinatensystem bildenden Ebenengleichungen die Position und Orientierung desselben berechnet. Aufgrund der Meßunsicherheit der KMM sind die berechneten Eckpunktkoordinatensysteme fehlerbehaftet.

Die Normalen- und Ortsvektoren basieren auf gemessenen Einzelpunkten, die mit der Meßunsicherheit U_3=(3,5+L/200) µm (L: Meßwert in mm) [Wenzel] der verwendeten KMM (Wenzel LH 86) gemessen wurden. Wie schon zuvor wurde die Meßunsicherheit als normalverteilt mit dem Erwartungswert μ=L und der Standardabweichung $\sigma=U_3/2$ angenommen. Einen deutlichen Einfluß auf die Genauigkeit der einzelnen gemessenen Punkte hat zudem die Oberflächenbeschaffenheit des Kalibrierkörpers. Diese wurde als gemittelte Rauhtiefe R_z=11 µm für die Oberseite und R_z=35 µm für die Seitenflächen gemessen. Wird aufgrund der Durchschnittsbildung über die Abschnitts-Rauhtiefen R_t die gemittelte Rauhtiefe R_Z als 95% Intervall einer Normalverteilung betrachtet, so kann die Standardabweichung der Oberflächenabweichung durch $\sigma_{Rauh}= R_z/4$ abgeschätzt werden.

Die Meßunsicherheit der KMM und die Oberflächenabweichung überlagern sich additiv. Da beide Verteilungen als normalverteilt angenommen wurden und zudem stochastisch voneinander unabhängig sind, kann die Meßunsicherheit der vermessenen Punkte als normalverteilt mit den Kennwerten

$$\mu = L$$

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{U_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{R_z}{4}\right)^2} \tag{5.4}$$

beschrieben werden. Damit ist es direkt möglich, die Meßunsicherheiten der Ortsvektoren abzuschätzen.

Für eine Betrachtung der Normalenvektoren ist vorab eine weitere Analyse durchzuführen, denn diese ergeben sich erst durch eine Ausgleichsrechnung aus

den Ortsvektoren. Um nicht die Auswertealgorithmen der KMM nachzubilden, wurde ein einfaches aber für die hier betrachteten Belange ausreichendes Ersatzmodell entworfen (Bild 5.4): Auf jeder Fläche des Kalibrierkörpers werden drei möglichst weit voneinander entfernte Ortsvektoren plaziert. Der gesuchte Normalenvektor ergibt sich durch Anwendung des Vektorprodukts auf zwei Verbindungsvektoren. Da die Meßunsicherheiten der einzelnen Ortsvektoren mit (5.4) berechnet werden können, können damit auch die Meßunsicherheiten der Normalenvektoren bestimmt werden.

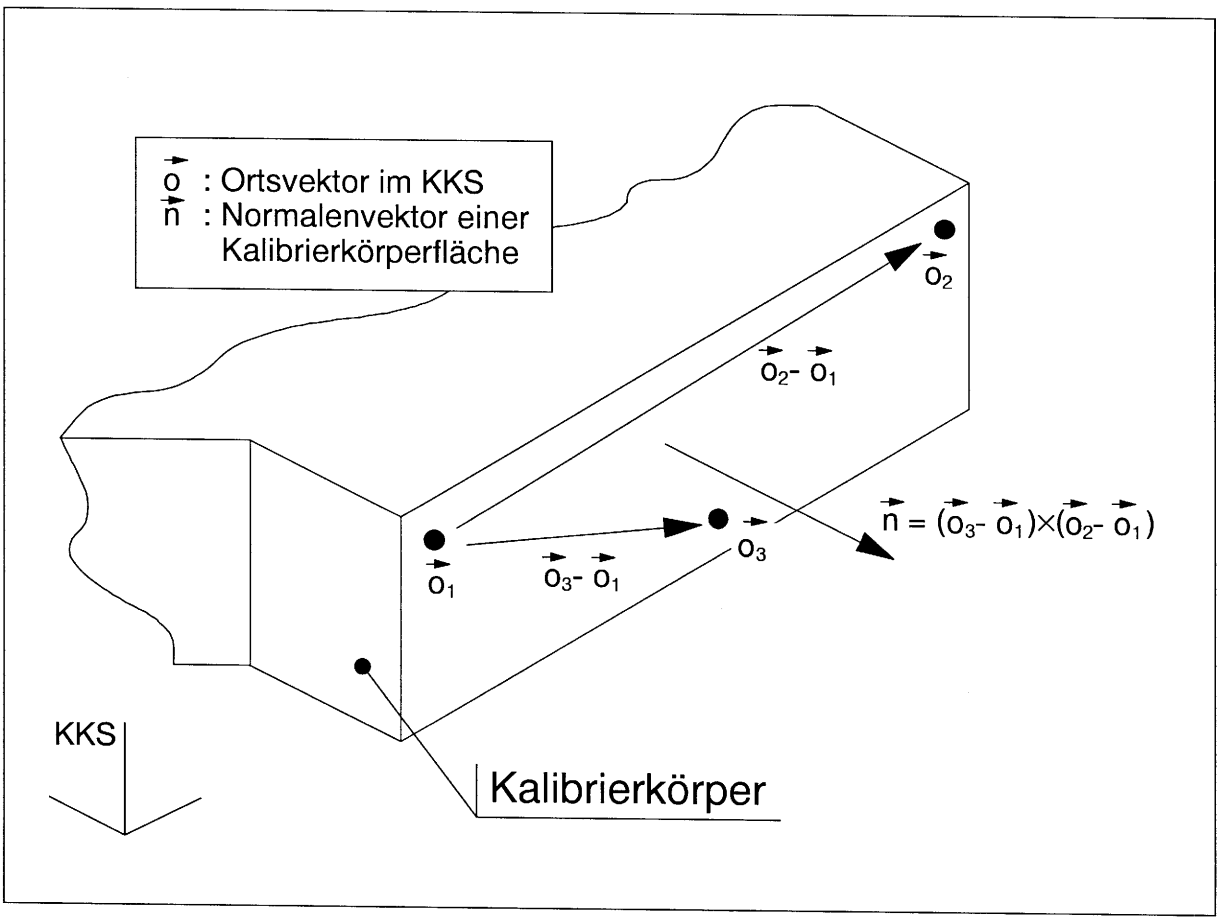

Bild 5.4: Ersatzmodell zur Berechnung der Meßunsicherheiten der Normalenvektoren des Kalibrierkörpers

5.3.2 Genauigkeitsanalyse

Die Durchführung der Genauigkeitsanalyse des Kalibrierkörpers ergibt normalverteilte Abweichungen der jeweiligen Koordinatensystemursprünge und der Koordinatensystemorientierungen. In Abhängigkeit des betrachteten Eckpunktkoordinatensystems schwanken die Standardabweichungen leicht um die typischen, in Bild 5.5 aufgeführten Werte.

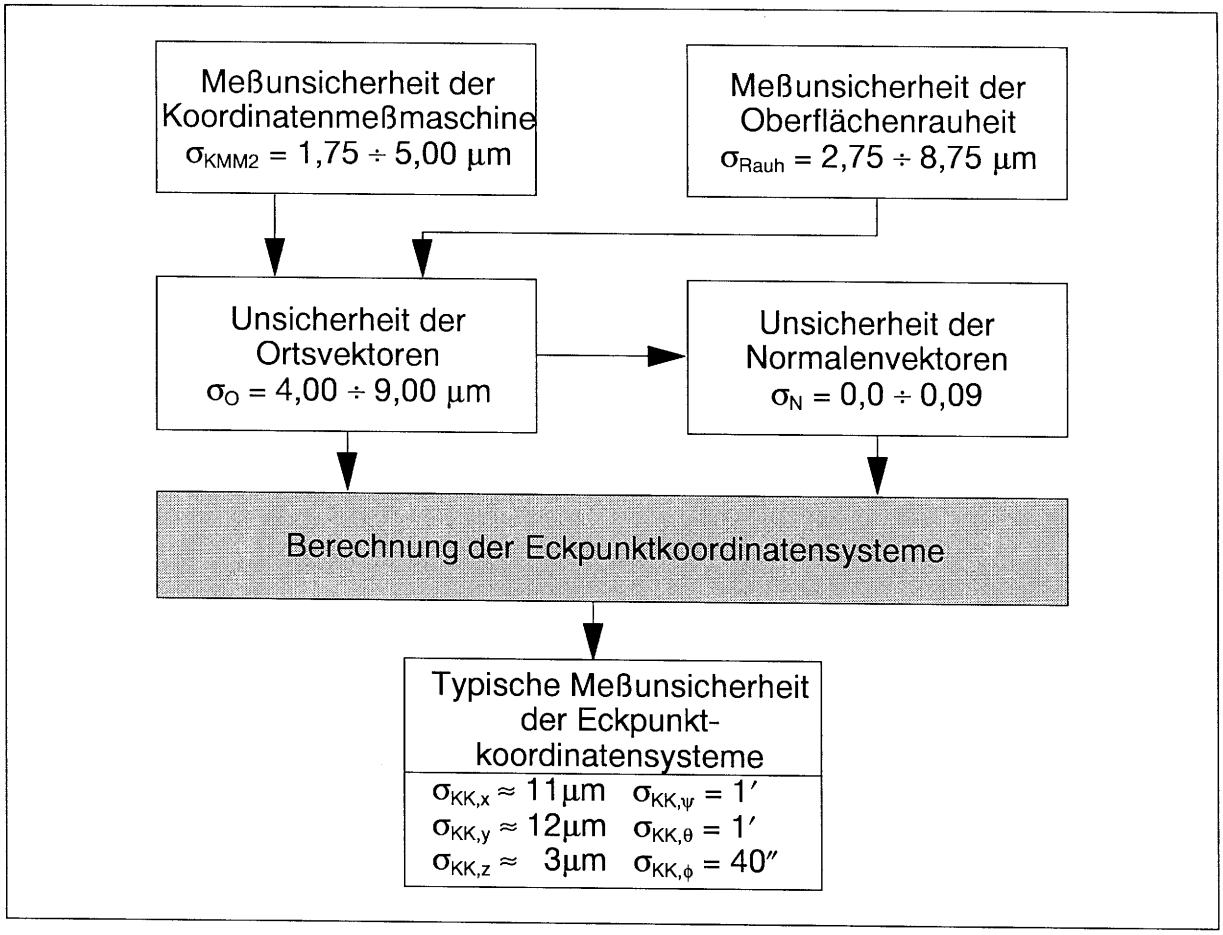

Bild 5.5: Gesamte Meßunsicherheit des Kalibrierkörpers

5.4 Genauigkeit des gesamten Meßsystems

Zur Charakterisierung der Wiederholgenauigkeit des Meßsystems sind die in Tabelle 5.3 angegebenen Kenngrößen ausreichend, da durch den verwendeten Meßwürfel aufgrund dessen hoher Güte keine zu berücksichtigenden zusätzlichen Meßunsicherheiten hinzukommen. Damit sind die in Abschnitt 4.2 dargelegten Forderungen bezüglich der Wiederholgenauigkeit des Meßsystems erfüllt.

Die Genauigkeit der Messungen, mit denen eine Kalibrierung durchgeführt werden soll, hängt demgegenüber neben dem Meßkopf auch von dem Kalibrierkörper ab. Damit kann die Gesamtgenauigkeit aus den Genauigkeiten dieser Elemente entwickelt werden. Aufgrund der stochastischen Unabhängigkeit können die die jeweiligen Unsicherheiten charakterisierenden Standardabweichungen folgendermaßen zusammengefaßt werden:

$$\sigma_{MS} = \sqrt{\sigma_{MK}^2 + \sigma_{KK}^2} \,. \tag{5.5}$$

Die Unsicherheiten der einzelnen Komponenten der Pose ergeben sich damit zu:

Pose	Standardabweichung
x	12 bis 15 µm
y	12 bis 15 µm
z	8 µm
ψ	1,1'
θ	1,1'
ϕ	1,0'

Tabelle 5.4: Unsicherheit des Meßsystems

Auch die Genauigkeit, mit der unterschiedliche Posen eines Basiskoordinatensystems bezüglich eines bekannten Koordinatensystems des Meßkopfes gemessen werden können, erfüllt damit die oben hergeleiteten Anforderungen.

Insgesamt kann festgestellt werden, daß das Meßsystem den Anforderungen genügt und somit die Entwicklungsziele erreicht werden konnten.

5.5 Meßtechnische Überprüfung der berechneten Genauigkeitskenngrößen

Die im vorhergehenden Abschnitt per Simulation ermittelte Genauigkeit des Meßsystems soll im folgenden anhand von gemessenen Genauigkeitskenngrößen validiert werden.

Da eine hohe Wiederholgenauigkeit die Voraussetzung für den Einsatz des Meßsystems ist, wird zunächst die Wiederholgenauigkeit zur Erfassung einer unveränderten Pose bestimmt.

Die Ermittlung der Wiederholgenauigkeit der Posemessung erfolgte direkt mit dem Versuchsaufbau, der zur Kalibrierung des Industrieroboters eingesetzt werden soll. Es wurden zwei Arten von Wiederholgenauigkeit aufgenommen: mit und ohne Abheben der Taster von dem angemessenen Kalibrierkörper zwischen den einzelnen Messungen.

Bei nicht abgehobenen Tastern können die gemessenen Posen als konstant angesehen werden. Das unvermeidbare Rauschen liegt in der Größenordnung von 0,5 µm bzw. 1".

Werden die Taster demgegenüber zwischen den einzelnen Messungen abgehoben, ergibt sich der in Bild 5.6 dargestellte Meßverlauf. Es ist ersichtlich, daß kein Trend vorliegt. Die Meßwerte streuen um den Mittelwert. Die gemessenen Orientierungsabweichungen sind in Stufen von ca. 1" gequantelt. Erklärt werden kann dieses mit

der 1" betragenden Winkelauflösung des Meßkopfes, die durch die A/D Wandlung der Tastersignale hervorgerufen wird.

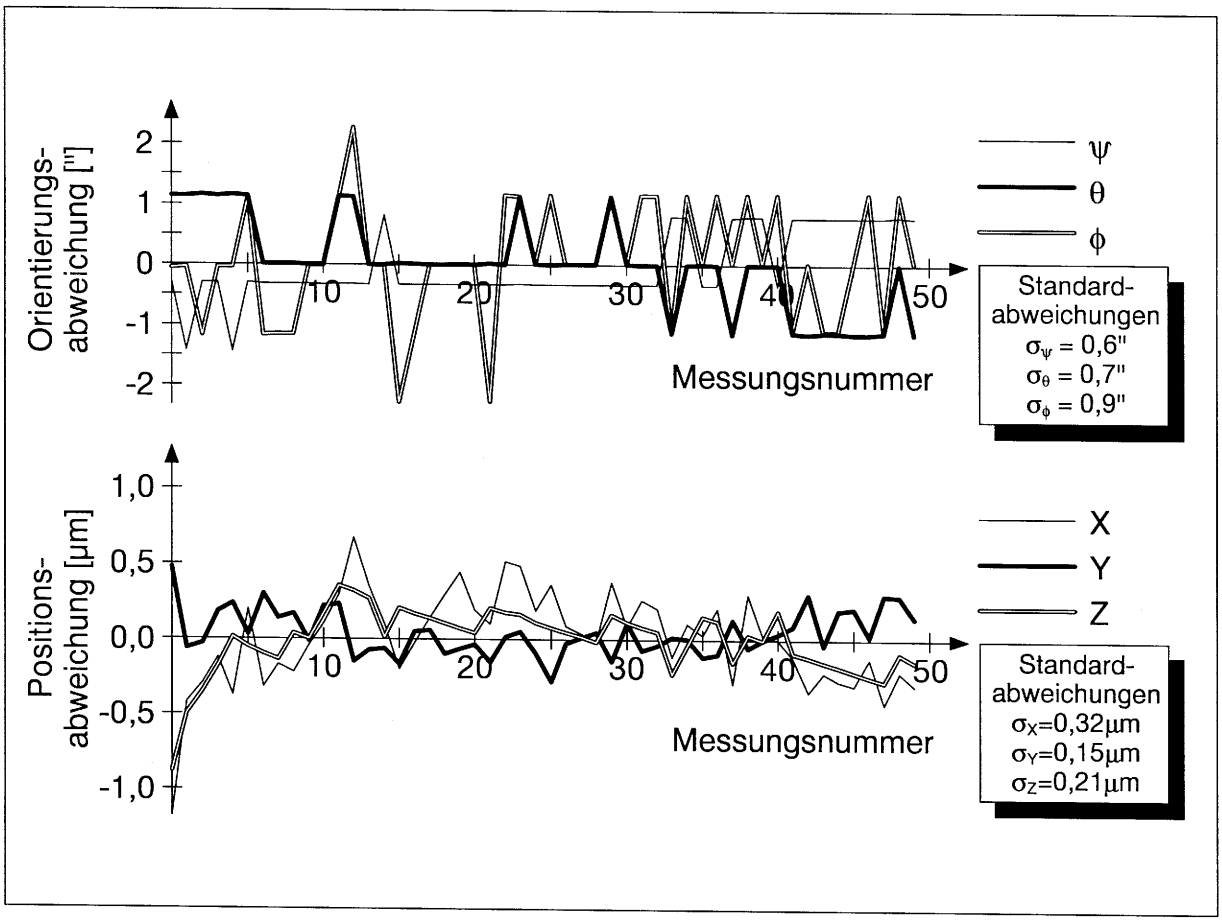

Bild 5.6: Wiederholgenauigkeit der Posemessung
(Taster zwischenden Messungen abgehoben)

Die Standardabweichungen der Wiederholgenauigkeit liegen um einen Faktor von 3 bis 8 unter den per Simulation errechneten (Tabelle 5.3). Dieser Unterschied ist darin begründet, daß die Wiederholgenauigkeit ohne Veränderung der angemessenen Pose aufgenommen wurde. Somit können natürlich die Einflüsse der Kennlinien nicht in Erscheinung treten.

Nachdem festgestellt werden konnte, daß der Meßkopf zur Messung einer einzelnen Pose eine ausreichende Wiederholgenauigkeit aufweist, wurden in einem anschließenden Arbeitsschritt zufällige und systematische Meßabweichungen an unterschiedlichen Posen meßtechnisch erfaßt. Dazu wurde der Meßkopf in eine Koordinatenmeßmaschine (Mitutoyo BH 706) eingebracht, und der vom Meßkopf angemessene Kalibrierkörper - ein Würfel mit einer Kantenlänge von 50 mm - mit der Koordinatenmeßmaschine bewegt (Bild 5.7). Somit ist es möglich, den vom Meßkopf gemessenen Weg mit dem von der Koordinatenmeßmaschine zurückgelegten Weg zu vergleichen. Um auch die Orientierungsmessung des

Meßkopfes prüfen zu können, wurde der Meßkopf mit einem Sinusschraubstock im Meßraum der Koordinatenmeßmaschine gekippt.

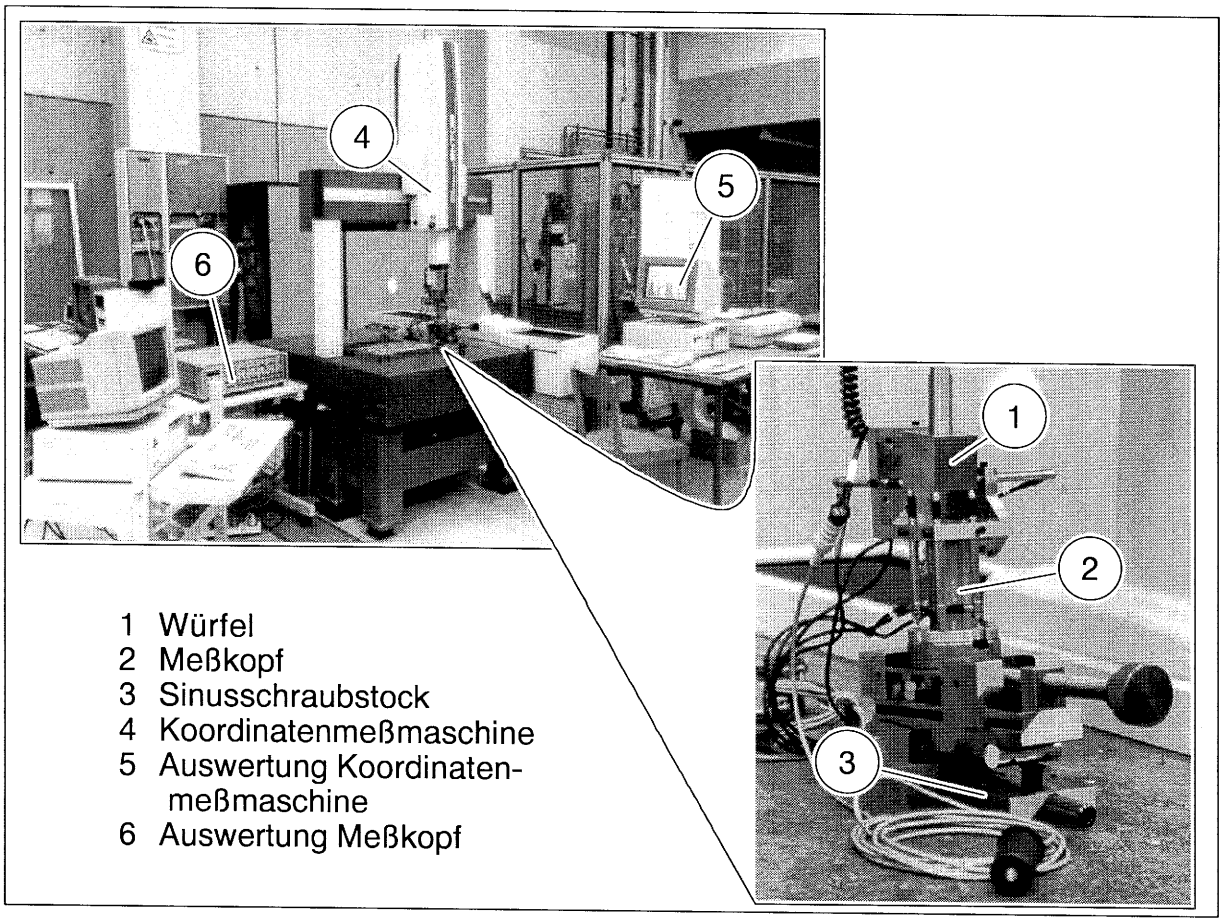

Bild 5.7: Versuchsaufbau zur Messung der Genauigkeit des Meßkopfes

Es wurden definierte Verfahrwege und Kippwinkel mit der Koordinatenmeßmaschine und dem Sinusschraubstock realisiert und mit dem Meßkopf aufgenommen. Aus diesen Daten können Kennlinien, in denen Meßabweichungen über dem Weg oder dem Winkel aufgetragen sind, gewonnen werden. In Bild 5.8 sind die Kennlinien aufgetragen, die bei in den Achsrichtungen des Meßkopfes verschobenem Meßwürfel gemessen wurden. Mit diesen Kennlinien ergibt sich sowohl die systematische als auch die zufällige Abweichung der Positionsmessung. Zu beachten ist bei den sich ergebenden systematischen Abweichungen, daß die benötigte Beziehung zwischen dem Koordinatensystem der KMM und dem Koordinatensystem des Meßkopfes nicht mit der Basisgenauigkeit der KMM bestimmt werden kann. Wie eingehendere Untersuchungen zeigten, kann hier lediglich eine Genauigkeit von ca. 5 µm erreicht werden.

Es ergab sich bezüglich der K-Matrix eine systematische Abweichung von 20 µm in x-Richtung und von 7 µm in y- und z-Richtung des Meßkopfes.

Die Streuungen der Positionsmessung können durch Standardabweichungen bezüglich der Position von 2 µm in x- und y-Richtung, sowie von 4 µm in z-Richtung charakterisiert werden. Auffällig ist, daß trotz Kompensation der Nichtlinearitäten der Tasterkennlinien bei großen Meßwegen - insbesondere in z-Richtung - deutliche Nichtlinearitäten der gemessenen Pose auftreten.

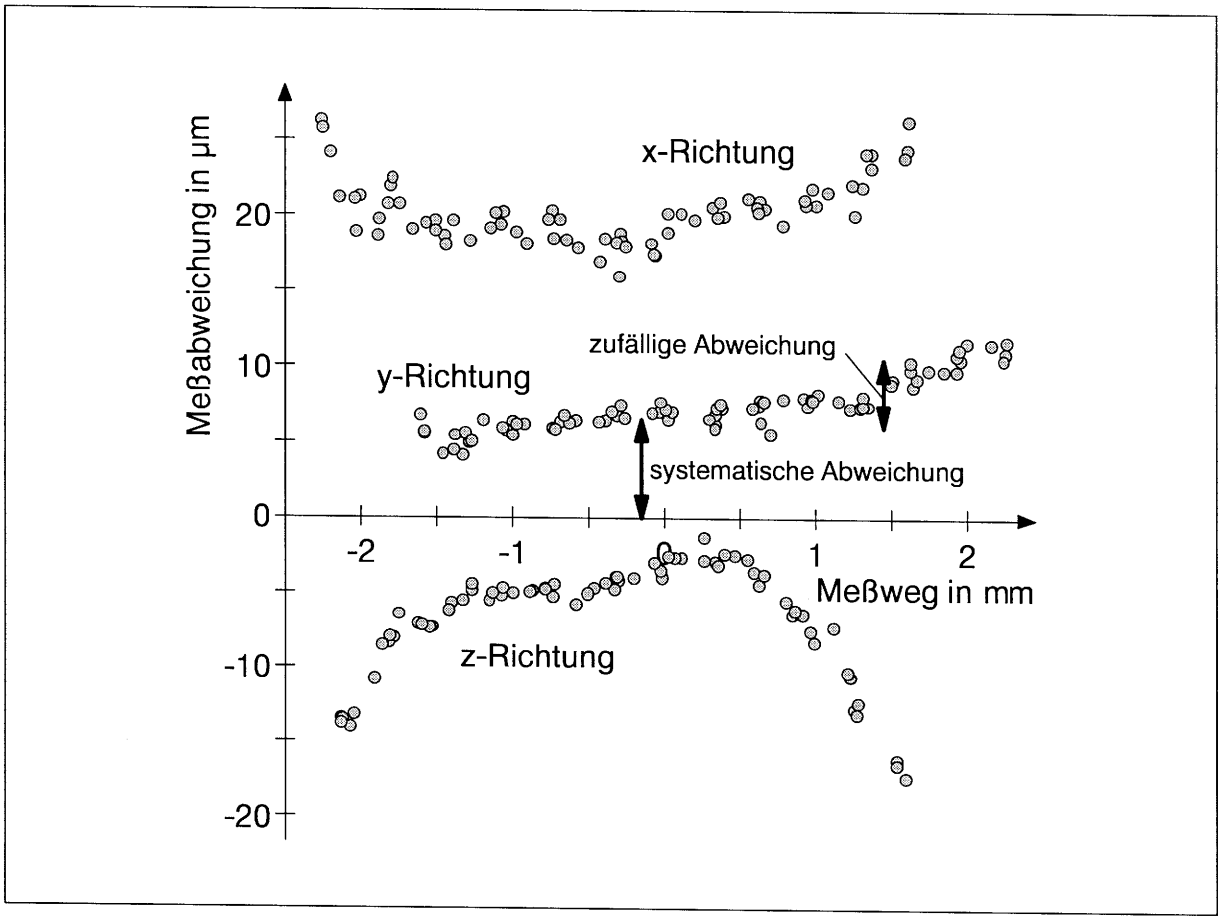

Bild 5.8: Kennlinien der Positionsmessung

In Bild 5.9 ist eine Kennlinie für die Winkelmessung, bei der der Meßkopf mit Hilfe des Sinusschraubstocks um seine y-Achse gekippt wurde, dargestellt. Es ergibt sich, daß bei kleinen Winkeln eine durch eine Standardabweichung von 12" zu charakterisierende Unsicherheit vorliegt. Bei der Messung größerer Winkel konnte demgegenüber ein linearer Anstieg der Meßabweichung in Abhängigkeit des gemessenen Winkels mit einer Steigung von 0,17 bis 0,4 '/° festgestellt werden.

Bei diesen Messungen, die in einem extremen Genauigkeitsbereich durchgeführt wurden, ist nicht unterscheidbar, ob die gemessenen Unsicherheiten und Abweichungen nur vom Meßkopf oder auch - eventuell sogar stark - vom Meßgerät beeinflußt werden. So beträgt die dreidimensionale Längenmeßunsicherheit der verwendeten Koordinatenmeßmaschine U_3=(5,4+5,5L/1000) µm [Mitutoyo.a]; die Unsicherheit des Sinusschraubstocks wird mit ±15" [Mitutoyo.b] angegeben. Zusätzlich ist natürlich auch die Winkeleinstellung mit Hilfe von Endmaßen nicht

unsicherheitsfrei. Die vermessenen Genauigkeitskennwerte stellen damit eine obere Schranke dar - es kann in jeder Messung die so ermittelte Genauigkeit erreicht oder sogar deutlich unterschritten werden.

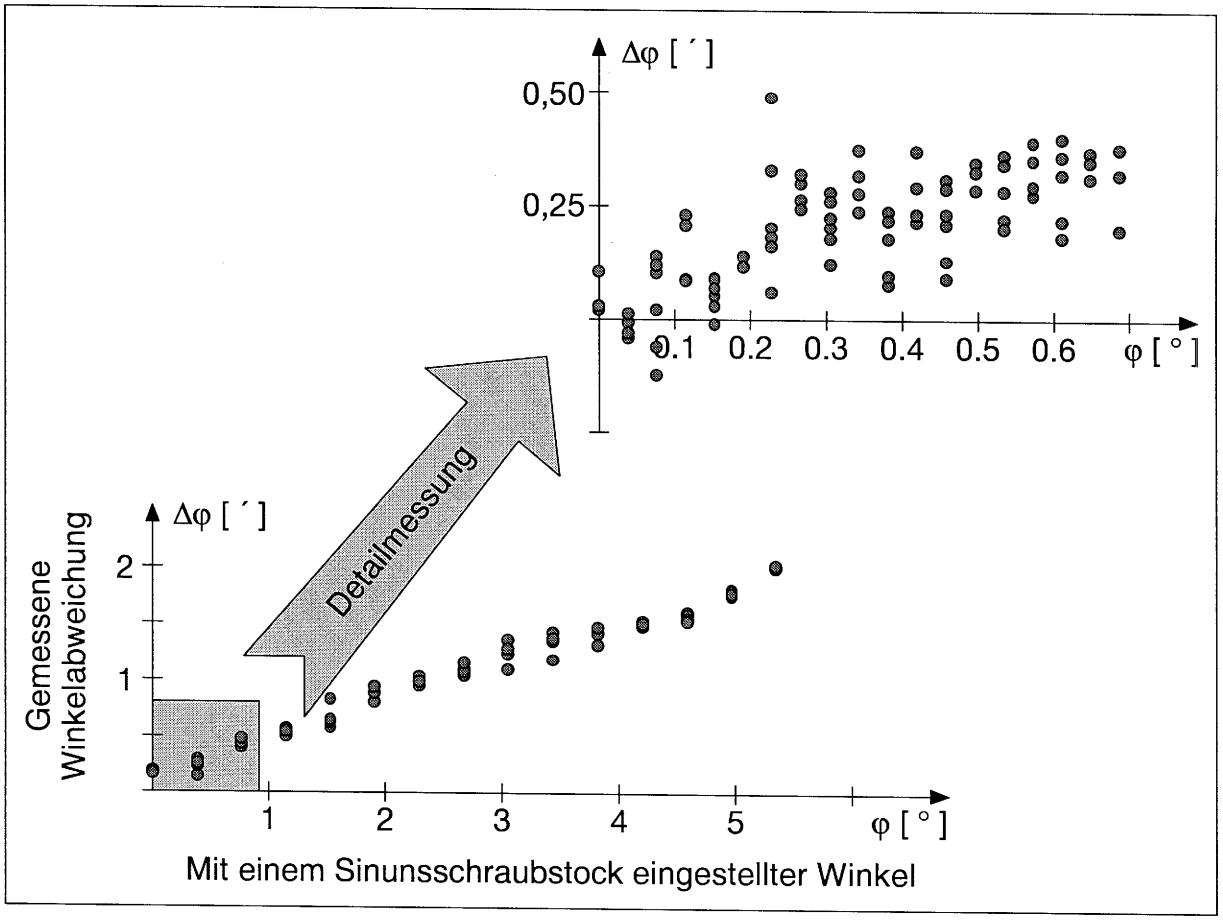

Bild 5.9: Kennlinie der Orientierungsmessung

Die per Simulation bestimmten Genauigkeitskennwerte (Bild 5.3) sind an dieser Stelle mit den gemessenen Kennwerten zu vergleichen.

Ein Vergleich der systematischen Abweichungen ist nur eingeschränkt möglich, da lediglich ein Meßkopf vermessen wurde. Weil damit bloß eine Realisierung der per Simulation berechneten Dichtefunktionen vorliegt, kann lediglich überprüft werden, ob die gemessene Realisierung durch die simulierten Dichtefunktionen erklärt werden kann.

Die Meßunsicherheit wurde mit einer Standardabweichung von 5,1 bis 9,1 µm abgeschätzt. Damit liegt die meßtechnisch ermittelte systematische Abweichung von 7 und 20 µm im abgeschätzten Bereich. Eine fundiertere Bewertung der abgeschätzten Werte der systematischen Abweichung wäre nur möglich, wenn eine große Zahl an Meßköpfen untersucht worden wäre. Denn nur so kann letztlich die Dichtefunktion der systematischen Abweichungen per Messung bestimmt werden.

Dennoch ist für diesen einen Meßkopf die Abschätzung eine gute Näherung für das Verhalten des realen Meßkopfes.

Auch bei den zufälligen Abweichungen, deren Abschätzung in Tabelle 5.3 dargestellt ist, kann eine gute Übereinstimmung festgestellt werden. Im Gegensatz zu den systematischen Abweichungen ist es möglich, die gemessenen und die simulierten Standardabweichungen direkt zu vergleichen. Die gemessenen Standardabweichungen sind dabei um einen Faktor von ungefähr zwei größer als die simulierten Standardabweichungen. Dieses kann mit der Genauigkeit des Versuchsaufbaus von ca. 1 µm erklärt werden. Daher müssen natürlich die gemessenen Standardabweichungen größer als die simulierten Standardabweichungen sein.

Die Genauigkeit eines ähnlichen Meßkopfes wurde auch schon von Schiele [Schiele 87] meßtechnisch ermittelt. Es wurden obere und untere Grenzen der erreichbaren Meßunsicherheiten angegeben, die ebenfalls im Bereich einiger µm und Winkelsekunden liegen. Nicht dargestellt wurde allerdings die Methode, mit der diese Kenngrößen ermittelt wurden. Es wird lediglich ausgeführt, daß diese mit einer Koordinatenmeßmaschine erfaßt wurden. Somit ist nicht klar, ob es sich bei den angegebenen Daten um die Wiederholgenauigkeit an einem einzelnen Meßpunkt handelt, oder ob Kennlinien im Meßraum des Meßkopfes aufgenommen und ausgewertet wurden. In Anbetracht der benutzten Meßmittel liegt die Vermutung nahe, daß ersteres der Fall ist. Wie aus den hier dargestellten Untersuchungen hervorgeht, ist dies zur vollständigen Charakterisierung eines Meßkopfes allerdings nicht ausreichend. Es ist vielmehr die Genauigkeit von Bedeutung, mit der verschiedene Posen im gesamten Meßbereich des Meßkopfes vermessen werden können. Die Wiederholgenauigkeit ist lediglich die notwendige Bedingung, um ein Meßgerät überhaupt einsetzen zu können.